Хроника

Памяти Валентина Ивановича Дисканта

21 января 2014 года на восьмидесятом году ушел из жизни известный геометр доктор физико-математических наук Валентин Иванович Дискант.

Валентин Иванович родился 13 октября 1934 года в городе Кадиевка Луганской области. Сюда семья переехала из села Медведовка Чигиринского района Черкасской области, убегая от голодомора. В войну семья эвакуировалась в Сибирь в г. Новокузнецк. Там В.И. Дискант окончил школу и поступил на отделение математики Томского университета. Учился прилежно, был ленинским стипендиатом. Занимался общественной работой, был секретарем комсомольской организации. В это время в Томском университете работал А.И. Фет, который заинтересовал талантливых студентов нерегулярной выпуклой геометрией, в которой пионерские результаты получил А.Д. Александров. Он увлек многих талантливых студентов этой тематикой, это — В.А. Топоногов, С.З. Шефель, В.К. Ионин и другие. Так и В.И. Дискант стал учеником А.И. Фета. Но в это время создавалось Сибирское отделение АН СССР, и все потянулись в Новосибирск. И В.И. Дискант после окончания университета в 1957 году поехал работать в г. Новосибирск, где в 1957–1960 г.г. работал ассистентом инженерно-строительного института. В 1960 г. он поступил в аспирантуру института математики СО АН СССР. Его научным руководителем стал А.И. Фет, который также переехал в Новосибирск. В 1964 году В.И. Дискантом была защищена кандидатская диссертация "Теоремы устойчивости для поверхностей, близких к сфере" в ИМ СО АН СССР. После окончания аспирантуры с 1963 по 1973 г. В.И. Дискант работал доцентом Новосибирского электротехнического института.

По семейным обстоятельствам в 1973 году он переехал в г. Черкассы, где работал в Черкасском технологическом университете до конца своих дней. С 1977 года В.И. Дискант был заведующим кафедрой высшей математики, которую он и создал. Наряду с преподаванием, он продолжал активно заниматься и научной деятельностью, выступал с докладами на различных научных конференциях и семинарах, в том числе на харьковском городском геометрическом семинаре.

В 1989 году в Физико-техническом институте низких температур НАН Украины (г. Харьков) им была успешно защищена докторская диссертация "Изопериметрические неравенства и теоремы устойчивости в теории выпуклых тел".

Валентин Иванович был талантливым и требовательным преподавателем. Отзывы студентов о нем в Интернете только блестящие.

Он руководил школьниками в малой академии наук. Его воспитанники неоднократно занимали призовые места на республиканском конкурсе. В.И. Дискант был очень добросовестным человеком. Особенно ярко это проявлялось при оппонировании. Он глубоко разбирал и те диссертации, которые были далеки от его тематики. Его критика всегда была доброжелательной.

С 1995 по 2013 годы В.И. Дискант организовал в Черкассах восемь Международных конференций по геометрии. Все их участники с удовольствием вспоминают дружественную творческую атмосферу докладов и незабываемые выезды на Рось и в другие памятные места сердца Украины.

В 2010 году его результаты удостоены премии им. А.В. Погорелова НАН Украины .

В.И. Дискант был человеком кристальной честности, порядочности и щепетильности. "Нечистоплотным" людям он руку не подавал. Он обладал хорошим чувством юмора, любил рыбалку, свою дачу на берегу Днепра, хорошую компанию. Таким он нам и запомнится навсегда.

Кратко напомним основные научные результаты В.И. Дисканта.

Первые работы В.И. Дисканта, выполненные под руководством А.И. Фета, были посвящены вопросу устойчивости сферы в $\mathbb{R}^n$ по отношению к изменению ее кривизны. В дальнейшем, под влиянием идей и методов геометрической школы А.Д. Александрова, эта проблематика была значительно расширена и обобщена в рамках классической геометрии "в целом": основными направлениями научно-исследовательской деятельности В.И. Дисканта стали геометрические неравенства для смешанных объемов выпуклых тел и теоремы устойчивости для экстремальных/оптимальных выпуклых поверхностей в евклидовой геометрии и в геометрии Минковского.

Краткий обзор основных научных результатов В.И. Дисканта естественно начать с полученного им уточнения относительного изопериметрического неравенства в теории смешанных объемов. А именно, для относительного изопериметрического неравенства Минковского

$$V_1(A,B)^n - V(B)\,V(A)^{n-1} \geq 0$$

и его аналогов

$$V_k(A,B)^n - V(B)^k\,V(A)^{n-k} \geq 0, \quad 1 \leq k \leq n-1,$$

вытекающих из общих неравенств А.Д. Александрова для смешанных объемов $V_k(\ldots)$ выпуклых тел, было доказано следующее уточнение в терминах специальных величин — коэффициентов вместимости и охвата.

Теорема. *Для собственных выпуклых тел A и B в $\mathbb{R}^n$, $b \geq 2$, при всех $1 \leq k \leq n-1$ имеют место неравенства*

$$(V_k(A,B))^{\frac{n}{n-k}} - (V(B))^{\frac{k}{n-k}}V(A) \geq \left((V_k(A,B))^{\frac{1}{n-k}} - q(V(B))^{\frac{1}{n-k}}\right)^n,$$

$$(V_k(B,A))^{\frac{n}{n-k}} - (V(A))^{\frac{k}{n-k}}V(B) \geq \left((V_k(B,A))^{\frac{1}{n-k}} - \frac{1}{Q}(V(A))^{\frac{1}{n-k}}\right)^n.$$

Через q обозначен коэффициент вместимости тела B в тело A, т.е. максимальное из чисел $\rho > 0$, для которых тело ρB помещается параллельным переносом в тело A; аналогично через Q обозначен коэффициент охвата тела A телом B, т.е. минимальное из чисел $\rho > 0$, для которых тело A помещается параллельным переносом в тело ρB. Равенство в указанных неравенствах достигается в том и только том случае, когда тела A и B положительно гомотетичны.

В частном случае, когда B представляет собой единичный шар D в $\mathbb{R}^n$, коэффициенты q и Q равны радиусам r и R шаров, вписанных и описанных вокруг тела A соответственно. Как следствие, полученная серия неравенств включает в себя классические неравенства Боннезена ($n=2$, $k=1$, $q=r$ и $Q=R$), Хадвигера ($n=3$, $k=1$, $q=r$), Дингхаса ($n>3$, $k=1$, $q=r$), Урысона ($k=n-1$, $q=r$ и $k=1$, $Q=R$).

Кроме того, из доказанных неравенств вытекают оценки для q и Q, которые при $B=D$, $n=2$ совпадают с неравенствами Боннезена, а при $B=D$, $n \geq 3$

— с высказанными в качестве гипотезы неравенствами Виллься. Отметим, что усиленный вариант неравенств Виллься был доказан позже Р. Оссерманом.

Также было получено и дальнейшее уточнение относительных изопериметрических неравенств уже с учетом наличия *особенностей* на границах тел A и B, что потребовало привлечения понятия *форм-тела* $\tilde{B}$ выпуклого тела A относительно выпуклого тела B.

Теорема. *Для собственных выпуклых тел A и B в $\mathbb{R}^n$, $b \geq 2$, при всех $1 \leq k \leq n-1$ имеют место неравенства*

$$V_k(A,B)^{\frac{n}{n-k}} - V(B)^{\frac{k-1}{n-k}} V_k(\tilde{B},B)^{\frac{1}{n-k}} V(A) \geq \left(V_k(A,B)^{\frac{1}{n-k}} - q\, V_k(\tilde{B},B)^{\frac{1}{n-k}} \right)^n,$$

$$V_k(B,A)^{\frac{n}{n-k}} - V(A)^{\frac{k-1}{n-k}} V_k(\tilde{A},A)^{\frac{1}{n-k}} V(B) \geq \left(V_k(B,A)^{\frac{1}{n-k}} - \frac{1}{Q} V_k(\tilde{A},A)^{\frac{1}{n-k}} \right)^n.$$

Приведенная серия неравенств включает в себя как частный случай ($B = D$, $k = 1$), классическое неравенство Хадвигера $F^n \geq n^n V(\tilde{D}) V^{n-1}$ для площади поверхности F и объема V выпуклого тела в $\mathbb{R}^n$. Кроме того, применение указанных неравенств позволило В.И. Дисканту доказать следующий аналог известной теоремы Линделефа об экстремальных свойствах многогранников, описанных вокруг сферы.

Теорема. *Среди всех выпуклых тел в $\mathbb{R}^n$ с одной и той же областью задания опорной функции наименьшую площадь поверхности относительно собственного выпуклого тела B при заданном объеме имеет тело, гомотетичное телу $\tilde{B}$, описанному около тела B, и только оно.*

Напомним, что форм-тело $\tilde{B}$ тела A относительно тела B определяется сужением опорной функции тела B на минимальное множество задания опорной функции тела A. В случае, когда A представляет собой многогранник, а B — единичный шар в $\mathbb{R}^n$, тело $\tilde{B}$ представляет собой описанный вокруг B многогранник, грани которого параллельны граням A, и в этом случае доказанное утверждение сводится к теореме Линделефа. Кроме того, оно прямо обобщает по содержанию и формулировке соответствующую теорему А.Д. Александрова, в которой под B понимается единичный шар в $\mathbb{R}^n$.

В последнее десятилетие В.И. Дискантом были получены еще более изящные уточнения изопериметрических неравенств, связанные с изучением поведения тел, внутренне параллельных выпуклому телу A относительно выпуклого тела B.

Безусловно, интересные и важные сами по себе, полученные уточнения геометрических неравенств приобрели значительную ценность в связи с их применением к доказательству широкого круга теорем устойчивости выпуклых поверхностей, являющихся в том или ином смысле экстремальными/оптимальными.

В частности, если рассматривать относительную изопериметрическую разность $\bar{\Delta}(A,B) = V_1(A,B)^n - V(B)V(A)^{n-1}$ для фиксированного выпуклого тела A и переменного выпуклого тела B в $\mathbb{R}^n$, то эта разность очевидно неотрицательна, при этом $\bar{\Delta}(A,B) = 0$ тогда и только тогда, когда тело B положительно гомотетично телу A; если дополнительно предполагать, что $V(B) = V(A)$, то $\bar{\Delta}(A,B) = 0$ тогда и только тогда, когда A и B совмещаются параллельным переносом. Оказывается, что для такого оптимального случая имеет место теорема устойчивости: при незначительных изменениях изопериметрческой разности $\bar{\Delta}(A,B)$ и величины объема $V(B) = V(A)$ тело B будет незначительно отличаться от тела A. Более точно, имеет место

Теорема. *Пусть A — собственное выпуклое тело, B – выпуклое тело в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Существуют зависящие от n, r_A, R_A величины $\varepsilon_0 > 0$ и $C > 0$ такие, что из выполнения условий*

$$\bar{\Delta}(A,B) < \varepsilon, \quad |V(B) - V(A)| < \varepsilon, \quad \varepsilon < \varepsilon_0$$

следует

$$\delta(A,B) < C\varepsilon^{\frac{1}{n}}.$$

Здесь r_A и R_A — радиусы шаров, вписанных и описанных вокруг тела A соответственно, а $\delta(A,B)$ — отклонение тел A и B, определяемое как минимальное расстояние Хаусдорфа между телом A и телами, получаемыми из B параллельным переносом.

Подобные теоремы устойчивости доказаны для разнообразных аналогов и обобщений относительной изопериметрической разности, имеющих, например, вид $\bar{\Delta}_{mk}(B) = V_k(B)^m - V_m(B)^k V(D)^{m-k}$ либо $\Phi(A,B,t) = V((1-t)A + tB)^{\frac{1}{n}} - (1-t)V(A)^{\frac{1}{n}} - tV(B)^{\frac{1}{n}}$ и $\Phi_m(A,B,t) = V_m((1-t)A + tB)^{\frac{1}{m}} - (1-t)V(A)^{\frac{1}{m}} - tV_m(B)^{\frac{1}{n}}$, что связано с неравенством Брунна и обобщающими его неравенствами Александрова для поперечных мер выпуклых тел.

Доказанные теоремы нашли применение и при доказательстве В.И. Дискантом теорем устойчивости решения проблемы Минковского (в постановке Александрова) о существовании и единственности выпуклой поверхности в $\mathbb{R}^n$ с заданной поверхностной функцией.

Теорема. *Пусть A — собственное выпуклое тело с поверхностной функцией $F(A,\omega)$ в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$. Существуют зависящие от n, r_A, R_A величины $\varepsilon_0 > 0$ и $C > 0$ такие, что если выпуклое тело B с поверхностной функцией $F(A,\omega)$ в $\mathbb{R}^n$ удовлетворяет условию*

$$|F(B,\omega) - F(A,\omega)| < \varepsilon F(A,\omega), \quad \varepsilon < \varepsilon_0,$$

то тогда

$$\delta(A,B) < C\varepsilon^{\frac{1}{n}}.$$

Приведенное утверждение усиливает аналогичную теорему устойчивости, доказанную ранее Ю.А. Волковым, в которой порядок устойчивости был равен $1/(n+2)$.

Аналогичные вопросы устойчивости обсуждалась и в связи с теоремой А.Д. Александрова о единственности выпуклого тела A в $\mathbb{R}^n$ с заданной m-ой функцией кривизны $F_m(A,\omega)$ при некотором $1 \le m \le n-1$. В частности, доказана следующая теорема устойчивости для случая, когда A представляет собой единичный шар D в $\mathbb{R}^n$:

Теорема. *Существуют зависящие от n величины $\varepsilon_0 > 0$ и $C > 0$ такие, что если выпуклое тело B с m-ой функцией кривизны $F_m(B,\omega)$ при некотором $1 \le m \le n-1$ удовлетворяет условию*

$$|F_m(B,\omega) - F(\omega)| < \varepsilon F(\omega), \quad \varepsilon < \varepsilon_0$$

для любого борелевского множества $\omega \subset S^{n-1}$, то тогда

$$\delta(D,B) < C\varepsilon^{\frac{1}{n-1}}.$$

Значительно внимание уделял В.И. Дискант переносу полученных им результатов — уточнению геометрических неравенств и доказательству теорем устойчивости — в геометрии Минковского. В первую очередь, здесь следует отметить достигнутые им уточнения изодиаметрального и изопериметрического неравенств.

Теорема. *Для компактного тела A в пространстве Минковского M^n с нормирующим телом B имеет место неравенство*

$$\left(\frac{d_B(A)}{2}\right)^n - \frac{V_B(A)}{V_B(B_1)} \ge \left(\frac{d_B(A)}{2}\right)^n - \frac{V_B(A')}{V_B(B_1)} \ge \left(\frac{d_B(A)}{2} - q\right)^n.$$

Здесь $d_B(A)$ — диаметр тела A в M^n, A' — выпуклая оболочка тела A, $B_1 = B \cap (-B)$, а q — коэффициент вместимости тела B_1 в тело A'. Доказанное утверждение уточняет изодиаметральное неравенство Бибербаха $\left(\frac{d(A)}{2}\right)^n - \frac{V(A)}{V(D)} \ge 0$ для компактных тел в $\mathbb{R}^n$ и обобщающее его изодиаметральное неравенство Бартеля для компактных тел в пространстве Минковского M^n. Отметим, что равенство в изодиаметральном неравенстве Бартеля и в приведенном выше уточняющем его неравенстве достигается в том и только в том случае, когда тело A положительно гомотетично телу B_1 в M^n.

Теорема. *Для выпуклого тела A в пространстве Минковского M^n с симметричной метрикой имеют место неравенства*

$$F_B(A)^{\frac{n}{n-1}} - (n^n V_B(I))^{\frac{1}{n-1}} V_B(A) \ge \left((F_B(A))^{\frac{1}{n-1}} - q(nV_B(I))^{\frac{1}{n-1}}\right)^n,$$

$$(F_B(A))^n - n^n(V_B(A))^{n-1}V_B(I) \geq \left(F_B(A) - \frac{1}{Q}nV_B(A)\right)^n.$$

Здесь $F_B(A)$ и $V_B(A)$ — площадь поверхности и объем тела A в M^n в смысле Буземана, I — изопериметрикс пространства M^n, $q(A,I)$ и $Q(A,I)$ — соответствующие коэффициенты вместимости и охвата тел A и I. Приведенные неравенства уточняют классическое изопериметрическое неравенство Буземана $F_B(A)^{\frac{n}{n-1}} - (n^nV_B(I))^{\frac{1}{n-1}}V_B(A) \geq 0$, равенство здесь достигается в том и только в том случае, когда A положительно гомотетично изопериметриксу I пространства M^n.

С применением указанных неравенств доказаны теоремы об устойчивости тел B_1 и I, являющихся оптимальными с точки зрения изодиаметрального и изопериметрического неравенств в геометрии Минковского M^n.

Теорема. *Если для выпуклого тела A в пространстве Минковского M^n, $n \geq 2$, с нормирующим телом B выполняются условия*

$$\left(\frac{d_B(A)}{2}\right)^n - \frac{V_B(A)}{V_B(B_1)} < \varepsilon, \quad 0 \leq \varepsilon < 1,$$

$$V_B(A) = V_B(B_1),$$

то тогда отклонение $\delta_B(A, B_1)$ тела A от тела $B_1 = B \cap (-B)$ удовлетворяет оценке

$$\delta_B(A, B_1) < 2\varepsilon^{\frac{1}{n}}.$$

Теорема. *В пространстве Минковского M^n, $n \geq 2$, с центрально-симметричным нормирующим телом B существуют зависящие от n, r_I, R_I величины $\varepsilon_0 > 0$, $C > 0$ такие, что если выпуклое тело A удовлетворяет условию*

$$F_B(A)^n - n^nV_B(I)V_B(A)^{n-1} < \varepsilon, \quad 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_0,$$

$$V_B(A) = V_B(I),$$

то тогда отклонение $\delta_B(A, I)$ тела A от изопериметрикса I пространства M^n удовлетворяет оценке

$$\delta_B(A, I) < C\varepsilon^{\frac{1}{n}}.$$

Доказан и аналог теоремы Линделёфа — *в пространстве Минковского M^n среди всех выпуклых поверхностей с одной и той же областью задания опорной функции наименьшую площадь поверхности при заданном объеме имеет тело, гомотетичное телу $\tilde{I}$, описанному около изопериметрикса I*

пространства M^n. Упомянем также и полученные В.И. Дискантом оптимальные оценки для ширины и диаметра изопериметрикса в пространстве Минковского.

Эти и многие другие результаты В.И. Дисканта стали уже сегодня классическими, его теоремы устойчивости постоянно цитируются и применяются в многочисленных научных публикациях, среди которых известные монографии В.А. Залгаллера и Ю.Д. Бураго, Р. Шнайдера, П. Грубера, Р. Гарднера, обзорные статьи Р. Оссермана, и многие другие.

А.А. Борисенко, В.А. Горькавый

Список основных научных работ В.И. Дисканта

[1] *В.И. Дискант*, Оценки для диаметра и ширины выпуклых поверхностей ограниченной гауссовой кривизны. — *ДАН СССР* **153** (1963), №. 3, 516–518.

[2] *В.И. Дискант*, Устойчивость в теореме Либмана. — *ДАН СССР* **158** (1964), №. 6, 1257–1259.

[3] *В.И. Дискант*, О минимальном числе вершин заузленной кривой. — *Сиб. мат. журн.* **5** (1964), №. 1, 234–235.

[4] *В.И. Дискант*, Теоремы устойчивости для поверхностей, близких к сфере. — *Сиб. мат. журн.* **6** (1965), №. 6, 1254–1266.

[5] *В.И. Дискант*, Устойчивость сфере в классе выпуклых поверхностей ограниченной удельной кривизны. — *Сиб. мат. журн.* **9** (1968), №. 4, 816–824.

[6] *В.И. Дискант*, Некоторые оценки для выпуклых поверхностей с ограниченной функцией кривизны. — *Сиб. мат. журн.* **12** (1971), №. 1, 109–125.

[7] *В.И. Дискант*, Выпуклые поверхности с ограниченной средней кривизной. — *Сиб. мат. журн.* **12** (1971), №. 3, 659–663.

[8] *В.И. Дискант*, Оценка отклонения выпуклых тел через изопериметрическую разность. — *Сиб. мат. журн.* **13** (1972), №. 4, 767–772.

[9] *В.И. Дискант*, Устойчивость решений уравнения Минковского. — *Сиб. мат. журн.* **14** (1973), №. 3, 669–673.

[10] *В.И. Дискант*, Усиления изопериметрического неравенства. — *Сиб. мат. журн.* **14** (1973), №. 4, 873–877.

[11] *В.И. Дискант*, Обобщения неравенства Боннезена. — *Сиб. мат. журн.* **213** (1973), №. 3, 519–521.

[12] *В.И. Дискант*, Устойчивость решений обобщенных уравнений Минковского для шара. — *Укр. геом. сб.* (1975), №. 18, 53–59.

[13] *В.И. Дискант*, Устойчивость выпуклого тела при изменении $(n-2)$-й функции кривизны. — *Укр. геом. сб.* (1976), №. 19, 22–33.

[14] *В.И. Дискант*, К вопросу о порядке функции устойчивости в проблеме Минковского. — *Укр. геом. сб.* (1979), №. 22, 45–47.

[15] *В.И. Дискант*, Устойчивость решения уравнения Минковского для площади поверхности выпуклых тел. — *Укр. геом. сб.* (1982), №. 25, 43–51.

[16] *В.И. Дискант*, Контрпример к одному утверждению Боннезена–Фенхеля. — *Укр. геом. сб.* (1984), №. 27, 31–33.

[17] *В.И. Дискант*, Устойчивость в проблеме Александрова для выпуклого тела, одна из проекций которого — шар. — *Укр. геом. сб.* (1985), №. 28, 50–62.

[18] *В.И. Дискант*, Уточнение аналогов изопериметрического неравенства. — *Укр. геом. сб.* (1988), №. 31, 56–59.

[19] *В.И. Дискант*, Уточнение изопериметрического неравенства и теоремы устойчивости в теории выпуклых тел. — *Труды Института математики СО АН СССР* **14** (1989), 8–132.

[20] *В.И. Дискант*, Изопериметрические неравенства и теоремы устойчивости в теории выпуклых тел. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Харьков, ФТИНТ АН УССР, 1989.

[21] *В.И. Дискант*, Уточнение изодиаметрального неравенства в геометрии Минковского. — *Мат. физ., анализ, геом.* **1** (1994), №. 2, 216–226.

[22] *В.И. Дискант*, Обобщение неравенств Боннезена в геометрии Минковского. — *Мат. физ., анализ, геом.* **1** (1994), №. 3/4, 450–453.

[23] *В.И. Дискант*, Устойчивость решения изопериметрической задачи в геометрии Минковского. — *Мат. физ., анализ, геом.* **3** (1996), №. 3/4, 261–266.

[24] *В.И. Дискант*, Обобщение теоремы Линделефа. — *Мат. физ., анализ, геом.* **4** (1997), №. 1/2, 59-64.

[25] *В.И. Дискант*, Устойчивость решения изодиаметральной задачи в геометрии Минковского. — *Мат. физ., анализ, геом.* **4** (1997), №. 3, 334–338.

[26] *В.И. Дискант*, Устойчивость решений уравнений Минковского и Брунна. — *Мат. физ., анализ, геом.* **6** (1999), №. 3/4, 245–252.

[27] *В.И. Дискант*, Оценки объема и площади поверхности изопериметрикса в геометрии Минковского. Український математичний конгресс–2001. Праці. Секція 12. Топологія і Геометрія. Інститут математики НАН України, Київ, 2003.

[28] *В.И. Дискант*, О поведении изопериметрической разности при переходе к параллельному телу и одном уточнении обобщенного неравенства Хадвигера. — *Мат. физ., анализ, геом.* **10** (2003), №. 1, 40–48.

[29] *В.И. Дискант*, Уточнения изопериметрического неравенства геометрии Минковского. — *Мат. физ., анализ, геом.* **10** (2003), №. 2, 147–155.

[30] *В.И. Дискант*, Уточнения аналога изопериметрического неравенства и теорема устойчивости его экстремального решения. — *Журн. мат. физ., анализа, геом.* **1** (2005), №. 2, 182–191.

[31] *V.I. Diskant*, Estimates for Diameter and Width for the Isoperimetrix in Minkowski Geometry. — *J. Math. Phys., Anal., Geom.* **2** (2006), No. 4, 388-395.

[32] *В.И. Дискант*, Замечание к теореме устойчивости решения изопериметрической задачи в геометрии Минковского. — *Чебышевский сб.* **7** (2006), №. 1, 95–98.

[33] *В.И. Дискант*, К теореме А.Д. Александрова о выпуклых телах с одной и той же областью задания опорной функции. Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения А.В. Погорелова "Геометрия "в целом" , топология и их приложения Харьков, "Акта 2009.

[34] *V.I. Diskant*, Optimality of Estimates for the Width of Support Layers of the Isoperimetrix in the Minkowski Geometry. — *J. Math. Phys., Anal., Geom.* **6** (2010), No. 4, 396–405.

[35] *В.И. Дискант*, Точность оценок ширины опорного слоя изопериметрикса геометрии Минковского. Український математичний конгресс–2009. Інститут математики НАН України, Київ, 2011.

[36] *В.И. Дискант*, Воспоминания об А.Д. Александрове. — *Математические структуры и моделирование* (2012), №. 25, 81–82.

[37] *V.I. Diskant*, Refinement of the Isoperimetric Inequality of Minkowski with the Account of Singularities of Boundaries of Intrinsic Parallel Bodies. — *J. Math. Phys., Anal., Geom.* **10** (2014), No. 3, 396–405.