Харьковские математики — действительные члены Академии наук Украины

Дмитрий Матвеевич Синцов

1867–1946

Дмитрий Матвеевич родился 8(20) ноября 1867 г. в Вятке (Киров) в семье врача. Среднее образование получил в 3-й Казанской гимназии, которую закончил с золотой медалью в 1886 г. В том же году он поступил на физико-математический факультет Казанского университета. По окончании университета в 1890 г. Д.М. был оставлен при университете для подготовки к профессорскому званию.

В 1892–1893 гг. он сдает магистерские экзамены и в 1895 г. защищает магистерскую диссертацию на тему «Теория коннексов в пространстве в связи с теорией дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка». Эта работа и занятия у Софуса Ли во время трехмесячной заграничной командировки в 1896 г. определили основное направление его дальнейшей научной деятельности.

Докторскую диссертацию Д.М. защищал также в Казани в 1898 г. на тему «Рациональные интегралы линейных уравнений». В диссертации дано обобщение способа Ньютона–Лагранжа (так называемый многоугольник Ньютона) для разложения алгебраической функции в степенной ряд на случай двух совокупных уравнений.

Начиная с 20 годов XX ст., научные интересы Д.М. Синцова сосредоточились на дифференциальной геометрии пфаффовых и монжевых многообразий. Он изучает геометрические свойства совокупности интегральных кривых, заданных неинтегрируемым пфаффовым уравнением

$$P\,dx + Q\,dy + P\,dz = 0,$$

т.е. дифференциальным уравнением, однородным и линейным относительно dx, dy, dz. Неинтегрируемость уравнения означает, что в каждой точке области пространства задана плоскость, но это регулярное поле плоскостей не является огибающим для семейства поверхностей. Если мы возьмем 2 независимых регулярных векторных поля X и Y, которые в каждой точке принадлежат плоскости, то скобка Ли $[X, Y]$ лежит вне плоскости. На современном математическом языке такое поле плоскостей называется распределением.

Д.М. Синцов распространил на совокупность интегральных кривых понятия и определения, которые даются в теории поверхностей. Причем подчеркивал не только аналогию между свойствами кривых на поверхности и кривых пфаффова многообразия, чем занимались и до него А. Фосс, С. Ли, Роджерс, Лилиенталь и другие, но также отмечал и отклонения между ними.

Систематизируя полученные до него результаты, Д.М. Синцов значительно пополняет их. Он вводит понятия полной и гауссовой кривизны, рассматривает индикатрису геодезического кручения, решает задачу нахождения экстремальных радиусов кручения, рассматривает частные случаи систем интегральных кривых (канонические, цилиндрические, развертывающиеся системы), дает доказательство теоремы Гаусса, обобщение формулы Enneper–Beltrami, устанавливает связь между гауссовой кривизной и линиями кривизны, вводит фундаментальные элементы кривых пфаффова многообразия так же, как и в теории поверхностей.

И сегодня интенсивно изучаются глобальные топологические и дифференциально-геометрические свойства распределений на многомерных и, в частности, на трехмерных многообразиях.

Педагогическую деятельность Д.М. начал в апреле 1894 г., когда был назначен приват-доцентом Казанского университета. В 1894–1897 гг. он параллельно вел преподавание в 1-й Казанской гимназии. В 1899 г. он переезжает в Екатеринослав (Днепр), где был избран ординарным профессором в только что организованном Екатеринославском высшем горном училище.

В 1903 г. Д.М. переезжает в Харьков, будучи избран ординарным профессором Университета. Здесь протекала вся его дальнейшая работа в течение последующих 43 лет жизни. Он приложил много усилий к организации преподавания на физико-математическом факультете, являясь некоторое время его деканом. Если кафедра прикладной математики (теоретической механики) уже имела прочные традиции, созданные Имшенецким, Ляпуновым и Стекловым, то на кафедре чистой математики Д.М. имел лишь одного крупного предшественника в Харьковском университете в лице К.А. Андреева. С первых лет работы в Харькове Д.М. приступил к организации математического кабинета. Он собрал прекрасную библиотеку кабинета и богатую коллекцию моделей по геометрии и теории функций.

Дмитрию Матвеевичу университет обязан тем, что С.Н. Бернштейн приехал работать в Харьков.

С 1906 г., после переезда В.А. Стеклова в Петербург, Д.М. является бессменным председателем Харьковского математического общества. «Сообщения ХМО» под его руководством укрепляют свою репутацию крупного научного органа и привлекают интерес не только отечественных, но и иностранных математиков. Этой научно-организационной деятельности Д.М. отдавал много сил в течение всей своей жизни.

Деятельное участие принимал Д.М. после Октябрьского переворота в сохранении науки в Украине. После 1917 года в Украине были ликвидированы университеты как буржуазный пережиток. Они были преобразованы в институты народного образования (ИНО), целью которых была подготовка лишь преподавателей школ. Заметим, что в РСФСР университеты остались. Д.М. Синцов и С.Н. Бернштейн для развития науки создали научно-исследовательские кафедры по всей Украине: «Задачей исследовательских кафедр является разработка под руководством наиболее выдающихся ученых исследователей научных проблем, а также подготовка к научной и преподавательской деятельности лиц, обнаруживших стремление к научной деятельности и необходимые для этого познания и дарования».

Всего в Харькове было учреждено 38 научно-исследовательских кафедр. По Украине намечалось создать 100 таких кафедр. В частности, в Харькове были созданы 4 математические кафедры: кафедра теории вероятности и математической статистики (зав. каф. С.Н. Бернштейн), кафедра геометрии (зав. каф. Д.М. Синцов), кафедра математического анализа, кафедра механики.

В 1938 Д.М. Синцов был избран депутатом Верховного Совета Украины, в 1939 году — академиком АН Украины.

Во время оккупации Харькова Д.М. был в Уфе, где с ним была и больная жена. Сын был на фронте. За время пребывания Д.М. в Уфе сын был ранен 3 раза. В Уфе было холодно зимой 41-го года. Морозы доходили до -50 градусов. Свет по вечерам часто отключали. Для 75-летних стариков жизнь была несладкая, но Д.М. поддерживал связи со своими учениками, регулярно писал письма своему ученику Я.П. Бланку, который в это время был в эвакуации в Кзыл-Орде, где работал в объединенном Украинском университете.

Когда началось освобождение Украины Д.М. переехал в Москву. Несмотря на тяжелую утрату — смерть жены, он активно занимался подготовкой к переезду на Украину. Сначала хотел организовать сектор геометрии в Институте математики АН Украины с расположением в г. Харькове. Но директор Института Г.В. Пфейфер выделил только одну ставку. И Д.М. взялся за восстановление института математики при Харьковском университете. Д.М. Синцов вернулся в Харьков и начал, совместно с ректором Н.П. Барабашовым, добиваться вызова своих учеников Я.П. Бланка, Д.З. Гордевского и других из Кзыл-Орды, собирать рассеянных войной харьковских математиков. И 1 июня 1944 года научно-исследовательский институт математики и механики при ХГУ начал работу. Это была лебединая песня Д.М. Синцова. Ослабленный изнурительной болезнью он умер 28 января 1946 г.

Жизнь Дмитрия Матвеевича Синцова — пример неустанного служения науке и образованию во время революции и войны, во время упадка и подъема страны [6].

Сергей Натанович Бернштейн

1880–1968

С.Н. Бернштейн родился в Одессе в 1880 г. Его отец был доцентом анатомии и физиологии Новороссийского университета. Учился С.Н. в Париже, в Сорбоне, Ecole d'Electrotecnique Supuriure, 2 сезона, в 1902–1903 годах, провел в Геттингене, где работал Д. Гильберт.

Как раз перед этим, в 1900 г., на II Международном конгрессе математиков, который состоялся в Париже, Д. Гильберт сформировал 23 проблемы. Они оказались подходящим объектом для того, чтобы сосредоточить вокруг себя творческие усилия математиков различных школ и направлений. За решение 19 проблемы и взялся С.Н. Бернштейн.

Свою магистерскую диссертацию, которую в 1904 году он представил в Париже, С.Н. начал словами: «В наши дни все математики и физики согласны, что область применения математики не имеет пределов, отличных от пределов самого знания». Экзаменационная комиссия была в составе Пикара, Пуанкаре и Адамара.

До Гильберта были известны уравнения частного типа, все решения которых были аналитичны. Простейшее уравнение этого рода — уравнение Лапласа. Тем же свойством обладало, как показал в 1890 г. Пикар, всякое уравнение

$$z_{xx} + z_{yy} + az_x + bz_y + cz = 0$$

с аналитическими коэффициентами $a = a(x, y)$, $b = b(x, y)$, $c = c(x, y)$. Гильберт предугадал, что линейность уравнения несущественна, а важна эллиптичность уравнения.

С.Н. Бернштейн доказал более общее утверждение, чем предполагал Гильберт. Теорема Бернштейна формулируется следующим образом [3].

Если функция $z(x, y)$ имеет в некоторой области ограниченные производные до третьего порядка включительно и если она в этой области удовлетворяет аналитическому уравнению

$$F(x, y, z, z_x, z_y, z_{xx}, z_x y, z_{yy}) = 0$$

и неравенству

$$4F_{z_{xx}} F_{z_{yy}} - F^2_{z_{xy}} > 0,$$

выражающему эллиптичность, то $z(x, y)$ — аналитическая функция.

В 1928 году С.Н. Бернштейн показал, что достаточно предположить, чтобы функция первоначально принадлежала классу $C^{2,\alpha}$, $\alpha > 1/2$. Позже Л. Ниренберг доказал, что теорема верна при первоначальном условии, чтобы функция $z(x, y)$ принадлежала классу C^2.

Замечательные результаты получены С.Н. Бернштейном в исследовании задачи Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений второго порядка

$$F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) = 0$$

и особенно по однозначной разрешимости задачи Дирихле для квазилинейных эллиптический уравнений

$$\sum_{i,j=1}^{2} a_{ij}(x, u_{x_1}, u_{x_2}) u_{x_i x_j} + a(x, u_{x_1}, u_{x_2}) = 0$$

в предположении, что u не входит явно в a_{ij} и $\partial a/\partial u < 0$. Его предшественником и здесь является Пикар, занимавшийся этой задачей для уравнения

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f(x, y, z).$$

С.Н. Бернштейн предложил общий план решения задачи Дирихле для нелинейных уравнений.

Основой плана, предложенного С.Н. Бернштейном, является введение в уравнение некоторого параметра α $(0 \le \alpha \le 1)$ таким образом, чтобы при $\alpha = 1$ получалось заданное уравнение, а при $\alpha = 0$ — уравнение, для которого разрешимость задачи Дирихле известна наперед. Кроме того, при любом $0 \le \alpha \le 1$ уравнение было эллиптичным. Затем идут два принципа:

1) доказывается разрешимость рассматриваемой задачи Дирихле для всех α, удовлетворяющих некоторому неравенству $|\alpha - \alpha_0| < \varepsilon$, если при значении параметра α_0 разрешимость задачи известна;

2) доказывается наличие у величины $\varepsilon = \varepsilon(\alpha_0)$ положительной нижней грани, когда α_0 пробегает множество всех значений, для которых рассматриваемая задача разрешима. Первый принцип позволяет продолжать решение, а второй гарантирует возможность добраться до значения параметра $\alpha = 1$.

Для доказательства 2), то есть для наличия положительной грани у величины $\varepsilon(\nu)$, достаточно, чтобы из предположения о существовании регулярного аналитического решения $z(x, y)$ уравнения априори вытекали, не зависящие от α $(0 \le \alpha \le 1)$ оценки модулей самого решения и его производных двух первых порядков. Он полностью реализовал этот подход для квазилинейного эллиптического уравнения с аналитическими коэффициентами

$$A\left(x, y, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) z_{xx} + 2B\left(x, y, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) z_{xy} + C\left(x, y, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right) z_{yy} = D\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

и доказал, что для выпуклой области задача Дирихле всегда разрешима при естественных условиях на свободный член D. При этом он разработал методы получения априорных оценок. Первый метод основан на прекрасной интегральной формуле, доказанной им, а второй — на методе вспомогательных функций. Правда, найти вспомогательную функцию для конкретной задачи — это искусство. Эти работы С.Н. Бернштейна обобщались многими авторами [8]. Для линейных эллиптических уравнений

$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x) u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^{n} b_i(x) u_{x_i} + c(x) u = f(x)$$

классическая разрешимость задачи Дирихле при гладких коэффициентах и гладкой функции f установлена лишь в середине тридцатых годов Ю. Шаудером и Р. Каччиополи, а полный, неулучшаемый во всех смыслах результат по разрешимости в пространствах $C^{l+\alpha}$ был получен в 50-х годах. Исследования же по разрешимости краевых задач для квазилинейных уравнений растянулись более чем на полстолетия. О.А. Ладыженская и Н.Н. Уральцева получили полные результаты для дивергентных эллиптических уравнений. Н.В. Крылов и М.В. Сафонов дали оценку константы Гельдера для ограниченных решений из пространства $W_n^2(\Omega)$ линейных уравнений с ограниченными коэффициентами, используя тонкие результаты по принципу максимума А.Д. Александрова.

Регулярность выпуклых решений многомерного уравнения Монжа–Ампера и разрешимость задачи Дирихле доказана А.В. Погореловым. Потом другими методами это сделала Н.М. Ивочкина. Многие результаты обобщены на параболические уравнения. Результаты С.Н. Бернштейна имеют большое последействие. Так, в работах, посвященных потоку Риччи на римановом многообразии и потоку средней кривизны на подмногообразиях, цитируется работа С.Н. Бернштейна за 1915 г., опубликованная в записках Харьковского математического общества.

Для обобщения теоремы Лиувилля на решения эллиптического уравнения

$$Az_{xx} + 2Bz_{xy} + Cz_{yy} = 0$$

С.Н. доказал замечательную геометрическую теорему: пусть поверхность $z = f(x, y)$ задана над всей плоскостью и растет на бесконечности медленнее линейной. Если гауссова кривизна поверхности $K \leq 0$, то она тождественно равна нулю и поверхность является цилиндром.

Из этой теоремы, как показал С.Н. Бернштейн, следует, что явно заданная над всей плоскостью уравнением $z = z(x, y)$ минимальная поверхность является плоскостью.

Естественно возник вопрос, а что будет в многомерном случае. В конце 60-х годов XX века Бомбьери, де Джорджи было доказано, что явно заданная минимальная гиперповерхность $x^n = f(x^1, \ldots, x^{n-1})$ над всей гиперплоскостью $x^n = 0$ в евклидовом пространстве E^n является гиперплоскостью, если $n \leq 7$, то есть функция линейна. При $n \geq 8$ существуют другие минимальные гиперповерхности.

С.Н. также решил задачу Плато, при условии, что контур ортогонально проектируется на плоскость в замкнутую выпуклую кривую. То есть он доказал, что существует минимальная поверхность, ограниченная таким контуром.

После защиты в Париже магистерской диссертации он в 1906 году вернулся в Россию, в Петербург. Тогда, как и сейчас, ему было необходимо пересдать магистерский экзамен и перезащитить магистерскую диссертацию. Но Петербургской математической школе было чуждо аналитическое направление. В докторской диссертации 1913 года С.Н. Бернштейн писал, что еще 7 лет назад покойный проф. А.Н. Коркин пренебрежительно отзывался о декадентских исследованиях Пуанкаре.

Магистерский экзамен в Петербурге С.Н. сдал со второго захода. А перезащищать магистерскую диссертацию он поехал в Харьков, которую защитил в 1908 г. В комиссию входили Д.М. Синцов и А.П. Пшеборский. С этого времени он работает приват-доцентом в Харьковском университете и на высших женских курсах до 1918 года. После революции он становится профессором Харьковского университета.

После защиты магистерской диссертации его научные интересы сместились в теорию функций. В 1913 году С.Н. защитил докторскую диссертацию «О наилучшем приближении непрерывных функций посредством многочленов данной степени».

С.Н. Бернштейн является создателем нового направления в теории функций, которое сейчас называется конструктивной теорией функций. П.П. Чебышев ввел понятие уклонение функции $g(x)$ от функции $f(x)$. Это

$$\max_{a \leq x \leq b} |f(x) - g(x)|.$$

Наименее уклоняющийся от $f(x)$ многочлен степени n называют многочленом наилучшего приближения степени n, а его уклонение $E_n[f(x)]$ называют погрешностью наилучшего приближения.

В 1885 году Вейерштрасс доказал, что при любом $\varepsilon > 0$ найдется многочлен $P_n(x)$ некоторой степени $n = n(\varepsilon)$, для которого

$$|f(x) - P_n(x)| \leq \varepsilon \qquad (a \leq x \leq b).$$

С.Н. Бернштейн замечательно синтезировал идеи Чебышева и Вейерштрасса. Лебег приблизил непрерывную функцию полигональной линией, которая потом приближается многочленами. Поэтому вопрос оценки уклонения $E_n[f(x)]$ свелся к случаю $E_n[|x|]$ на сегменте $[-1, 1]$. С.Н. доказал, что

$$\frac{\sqrt{2}-1}{4(2n-1)} < E_{2n}[|x|] < \frac{2}{\pi(2n+1)}.$$

Общие методы, разработанные С.Н. Бернштейном, позволили получить важные результаты о зависимости между дифференциальными свойствами непрерывной функции $f(x)$ и быстротой убывания при $n \to \infty$ величины $E_n[f(x)]$. Им доказано:

1) для того чтобы функция была аналитической, необходимо и достаточно, чтобы
$$\lim_{n\to\infty} E_n[f(x)]\rho^n = 0 \qquad (\rho > 1);$$

2) для того чтобы функция имела производные всех порядков, необходимо и достаточно, чтобы
$$\lim_{n\to\infty} E_n[f(x)]n^{\rho} = 0 \qquad (\text{каково бы ни было } \rho);$$

3) для того чтобы функция имела непрерывную производную порядка p достаточно, чтобы
$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n[f(x)]n^{p-1} < \infty.$$

Необходимое условие, которое не совпадает с достаточным условием, было доказано Джексоном. Аналогично характеризуются и другие классы функций.

С.Н. Бернштейн изучал вопросы наилучшего приближения функций на всей оси посредством целых функций конечной степени и исследовал их экстремальные свойства [2, 8].

Теорема аппроксимации Вейерштрасса выдвинула ряд новых вопросов в теории интерполирования. Естественно возникает задача о построении многочленов, которые неограниченно приближаются к функции $f(x)$ в интервале $[0, 1]$ и каждый из которых зависит лишь от значения функции $f(x)$ в конечном числе точек сегмента $[0, 1]$. Особенно простое решение было дано С.Н. в

1912 году. Его теорема гласит: если $f(x)$ — непрерывная функция на $[0,1]$, то при $n \to \infty$ многочлен Бернштейна

$$B_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right) C_n^k x^k (1-x)^{n-k}$$

стремится к $f(x)$ и притом равномерно на всем сегменте $[0,1]$. Полиномами Бернштейна называются также полиномы

$$b_{k,n}(x) = C_n^k x^k (1-x)^{n-k}, \qquad k = 0, \dots, n.$$

Полиномы Бернштейна были введены в 1912 г., но только во второй половине XX века они получили широкое применение в системах автоматизированного проектирования и программах компьютерной графики.

Дело в том, что для проектирования кузовов автомобилей в 60-х годах XX века были изобретены кривые Безье, но они описываются частным случаем полиномов Бернштейна, которые и используются во всех алгоритмах построения этих кривых.

С.Н. Бернштейн — классик теории вероятностей. Он впервые дал аксиоматику теории вероятностей, обосновал нормативную корреляцию с помощью предельных теорем, распространил центральную предельную теорему на суммы стохастически зависимых величин, создал теорию стохастических дифференциальных уравнений и связал их с теорией уравнений в частных производных. С.Н. много занимался приложениями теории вероятностей в экономике и биологии. Он доказал, что закон наследственности Менделя — единственный из класса возможных законов, удовлетворяющих принципу стационарности распределения индивидов по трем классам (два однотипных класса и класс гибридов), начиная со второго поколения [7, 8].

Влияние его работ на последующее развитие целых областей математики широко известно.

После Октябрьского переворота университеты были ликвидированы. В это время наркомом просвещения в Украине был Г.Ф. Гринько (исключен из Московского университета в 1913 г.). В России наркомом просвещения был выпускник университета святого Владимира (Киев) А.В. Луначарский. Там университеты остались. А в Украине вместо университетов образовались институты народного образования (в Харькове — ХИНО, в Киеве — КИНО). Их задача была готовить кадры для школ и профтехучилищ. Чтобы сохранить научные кадры, по инициативе С.Н. Бернштейна и Д.М. Синцова были созданы научно-исследовательские кафедры.

В Харькове были созданы 4 научно-исследовательские кафедры по математике, С.Н. стал заведовать кафедрой теории вероятностей и математической статистики.

В 1924 году его избрали академиком АН УССР, в 1929 году был избран академиком АН СССР. В 1929 году им был создан Институт математики в Харькове.

В его работе принимали участие не только жители Харькова. В частности, одессит Н.Г. Чеботарев и его ученик М.Г. Крейн были в статусе действительных сотрудников института. Был более низкий статус сотрудника. В частности, М.Х. Каган (Орлов), который окончил КИНО, был направлен Наркомпросом в школу Граве, стал зам. зав. отдела науки ЦК компартии Украины (столица Украины тогда находилась в Харькове). Он подал заявление о зачислении его действительным сотрудником института. На основании представленных работ С.Н. посчитал невозможным сделать его действительным сотрудником, а только лишь — сотрудником. Это имело последствия, о которых скажем ниже.

В 1930 году в Харькове состоялся I Всесоюзный математический съезд. В нем приняли участие много зарубежных математиков (Ж. Адамар, В. Бляшке, Э. Картан и др.), а также 471 участник из 54-х городов СССР. Коммунистическая фракция съезда (рук. О.Ю. Шмидт) настаивала послать приветствие Сталину от имени участников съезда. С.Н. был категорически против, считая, что это может нанести ущерб иностранным участникам после их прибытия домой. И поздравление не было послано.

В начале 30-х годов XX столетия во все науки в СССР внедряли диалектический материализм. С.Н. Бернштейн выступил против этого и отослал по этому поводу статью в университетскую газету. Ректор Блудов статью не опубликовал и попросил С.Н. забрать ее обратно. На это С.Н. ответил: «Я не могу забрать статью, иначе я потеряю всякое уважение к себе». Статья не была опубликована, но газета напечатала ответ академика Семковского: «даже академик не остановит колесо истории». Я.П. Бланк слышал выступление М.Х. Кагана во Всеукраинской ассоциации марксистско-ленинских институтов (ВУАМЛИН): «Здесь, вблизи ВУАМЛИН, работает Всеукраинский институт математики — цитадель математической реакции». И дальше началась проработка С.Н. Бернштейна на собраниях общественности. К сожалению, его ученики Геронимус и Бржечка также выступили против С.Н. После этого С.Н. отправился к наркому просвещения Скрыпнику и заявил о своем отказе заведовать институтом математики и в 1933 г. уехал в Ленинград.

В 1936 было «дело академика Лузина». Была создана комиссия Президиума АН СССР. Членом этой комиссии был назначен и С.Н. Бернштейн. Комиссия должна была решить, лишать ли Лузина звания академика. Решение исключить Лузина из членов академии было равносильно смертельному приговору Лузину. Его дело присоединили бы к делу Бухарина и др. В книге Демидова «Дело академика Лузина» опубликованы стенограммы заседаний этой комиссии. Из них видно, что С.Н. вел себя в высшей степени достойно, защищая Лузина.

С.Н. был принципиальным и мужественным человеком. В 1948 году была сессия ВАСХНИЛ, на которой была уничтожена генетика в Советском Союзе. Через год–два после сессии издательство просило С.Н. дать разрешение на переиздание курса теории вероятностей, исключив из книги несколько страниц, посвященных математической генетики. С.Н. категорически отказался, и пятое издание курса теории вероятностей не состоялось.

Он всегда отличался прямотой, и если считал нужным подвергнуть критике какое-либо мероприятие, то делал это со всей определенностью, независимо от того, кто был инициатором предприятия [1].

Алексей Васильевич Погорелов

1919–2002

Родился 3 марта 1919 года в Короче (ныне Белгородская область) в крестьянской семье. В связи с коллективизацией в 1931 году родители А.В. Погорелова вынуждены были бежать из деревни в Харьков, где отец устроился работать на строительстве Харьковского тракторного завода. В 1935 году А.В. Погорелов становится победителем математической олимпиады, которую проводил Харьковский университет. Окончив среднюю школу, в том же 1937 году поступил на математическое отделение физико-математического факультета Харьковского государственного университета, был лучшим студентом отделения.

В 1941 году был направлен учиться на 11-месячные курсы в военно-воздушную инженерную академию имени Н.Н. Жуковского. После победы под Москвой обучение продолжили на полный срок. А во время учебы периодически на несколько месяцев посылали на фронт в качестве техников по обслуживанию самолетов. После окончания академии был направлен на работу инженером-конструктором в ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского. Желание завершить университетское образование и серьезно заняться геометрией приводит А.В. Погорелова в Московский университет. По рекомендации декана мехмата И.Г. Петровского и известного геометра В.Ф. Кагана Алексей Васильевич знакомится с А.Д. Александровым — основателем теории нерегулярных выпуклых поверхностей. В этой теории возникло много новых задач. Одну из них Александр Данилович поставил А.В. Погорелову. За год она была решена, и А.В. Погорелов поступил в заочную аспирантуру механико-математического факультета МГУ к Н.В. Ефимову по тематике А.Д. Александрова. После защиты кандидатской диссертации в 1947 году был демобилизован и переехал в Харьков, где работал в НИИ математики и механики при ХГУ и на кафедре геометрии. В 1948 году защитил докторскую диссертацию, в 1951 году был избран членом-корреспондентом АН Украины, в 1960 году избран членом-корреспондентом АН СССР по отделению физико-математических наук. С 1961 года — академик АН Украины, с 1976 года — академик АН СССР по отделению математики. С 1950 по 1960 годы — заведующий кафедрой геометрии ХГУ. С 1960 по 2000 годы заведовал отделом геометрии Физико-технического института низких температур АН УССР.

К началу XX века были развиты методы для решения локальных задач, относящихся к регулярным поверхностям. К 30-м годам были развиты методы для решения задач геометрии в целом. Эти методы относились в основном к теории уравнений с частными производными. Математики были бессильны, когда поверхности были нерегулярными (имели конические точки, ребристые точки) и когда внутренняя геометрия задавалась не регулярной положительно определенной квадратичной формой, а была просто метрическим пространством довольно общего вида. Прорыв в исследовании нерегулярных метрик и нерегулярных поверхностей совершил выдающийся геометр А.Д. Александров. Он построил теорию метрических пространств неотрицательной кривизны по Александрову (как частный случай сюда входила и внутренняя геометрия общих выпуклых поверхностей, которые определяются как область на границе произвольного выпуклого тела). А.Д. Александров начал изучать связи между внутренней и внешней геометрией нерегулярных выпуклых поверхностей. Им было доказано, что любая метрика неотрицательной кривизны, заданная на двумерной сфере (в том числе и нерегулярная метрика, заданная как метрическое пространство с внутренней метрикой), изометрически погружается в трехмерное евклидово пространство в виде замкнутой выпуклой поверхности. Но были неизвестными ответы на следующие принципиальные вопросы:

1. Будет ли погружение единственным с точностью до движения?

2. Если метрика, заданная на сфере, есть регулярная метрика положительной гауссовой кривизны, то будет ли выпуклая поверхность, на которой реализуется эта метрика, регулярной?

3. Г. Минковский доказал теорему о существовании замкнутой выпуклой гиперповерхности, у которой гауссова кривизна задана как функция нормали, при естественном условии на эту функцию. Но была открытой проблема: если функция регулярна на сфере, то будет ли регулярной сама поверхность?

После решения этих проблем теория, созданная А.Д. Александровым, получила бы полное гражданство в математике и ее можно было бы применять и в классическом регулярном случае. И на все эти 3 вопроса был дан положительный ответ А.В. Погореловым. Используя синтетические геометрические методы, он развил геометрические методы для получения априорных оценок для решений уравнений Монжа–Ампера. С одной стороны, он использует эти уравнения для решения геометрических задач, с другой стороны, он строит, исходя из геометрических соображений, обобщенное решение уравнения Монжа–Ампера, а потом доказывает их регулярность при регулярной правой части. Фактически в этих пионерских работах А.В. Погорелова был заложен фундамент геометрического анализа. На этом пути он получил следующие фундаментальные результаты:

1. Пусть F_1 и F_2 есть две замкнутые выпуклые изометрические поверхности в трехмерном евклидовом пространстве или сферическом пространстве. Тогда поверхности совпадают с точностью до движения в пространстве.

2. Замкнутая выпуклая поверхность в пространстве постоянной кривизны — жесткая вне плоских областей на поверхности. Это значит, что она допускает только тривиальные бесконечно малые изгибания.

3. Если метрика выпуклой поверхности регулярна класса C^k $(k \geq 2)$ в пространстве постоянной кривизны c и гауссова кривизна поверхности $K > c$, то поверхность регулярна класса $C^{k-1,\alpha}$.

Для областей на выпуклых поверхностях утверждения 1, 2 неверны. Локальные и глобальные свойства поверхностей существенно отличаются. Доказательством утверждения 1 А.В. Погорелов завершил решение проблемы, которая стояла открытой более столетия. Первый результат в этом направлении был получен Коши для замкнутых выпуклых многогранников в 1813 году. Напомним, что две поверхности называются изометричными, если существует отображение одной поверхности на другую, при котором длины кривых, соответствующих при отображении, равны.

Доказанные А.В. Погореловым теоремы легли в основу созданной им нелинейной теории тонких оболочек. В этой теории рассматриваются такие упругие состояния оболочки, которые различаются весьма значительными изменениями первоначальной формы. При таких деформациях срединная поверхность тонкой оболочки подвергается изгибанию с сохранением метрики. Это и дает возможность исследовать потери устойчивости и закритическое упругое состояние выпуклых оболочек под действием данной нагрузки, используя теоремы, доказанные А.В. Погореловым, для выпуклых поверхностей. Такие оболочки являются наиболее распространенными элементами современных конструкций.

Результаты 1, 2 были обобщены А.В. Погореловым для регулярных поверхностей в римановом пространстве. Кроме того, была решена проблема Вейля для риманова пространства: было доказано, что регулярная метрика гауссовой кривизны больше константы c на двумерной сфере изометрично погружается в полное трехмерное риманово пространство кривизны меньше константы c в виде регулярной поверхности. Изучая методы доказательства этой работы, лауреат премии Абеля М. Громов ввел псевдоголоморфные кривые, которые есть основным инструментом в симплектической геометрии.

Замкнутая выпуклая гиперповерхность однозначно задается не только метрикой, а и гауссовой кривизной, как функцией нормали. При этом гиперповерхность однозначно определяется с точностью до параллельного переноса. Это было доказано Г. Минковским. А будет ли гиперповерхность регулярной при условии что гауссова кривизна $K(n)$ есть регулярной функцией нормали. А.В. Погореловым доказано, что если положительная функция $K(n)$ принадлежит классу C^k $(k \geq 3)$, то опорная функция будет регулярной класса $C^{k+1,\nu}$ $(0 \leq \nu \leq 1)$.

Самая тяжелая часть доказательства теоремы заключалась в получении априорных оценок для производных опорной функции гиперповерхности до третьего порядка включительно. Метод Погорелова получения априорных оценок был использован С.Т. Яо для получения априорных оценок решений комплексного уравнения Монжа–Ампера. Это было главным этапом в доказательстве существования многообразий Калаби–Яо, которые играют существенную роль в теоретической физике. Уравнение Монжа–Ампера имеет вид

$$|z_y| = f(x_1, \ldots, x_n, z, z_1, \ldots, z_n).$$

Априорные оценки в проблеме Минковского являются априорными для решения уравнения Монжа–Ампера с функцией

$$f = \frac{1}{K\left(1 + x_1^2 + \cdots + x_n^2\right)^{n/2+1}}.$$

В то время не было подхода к изучению этого полностью нелинейного уравнения. А.В. Погорелов создал теорию уравнения Монжа–Ампера геометрическими методами. Сначала он, идя от многогранников, доказал существование обобщенных решений при естественных условиях на правую часть. Потом для регулярных решений нашел априорные оценки на производные включительно до третьего порядка. Используя априорные оценки, доказал регулярность строго выпуклых решений, доказал существование решений задачи Дирихле и ее регулярность. Уравнение Монжа–Ампера является существенной составляющей транспортной задачи Монжа–Канторовича, используется в конформной, аффинной, кэлеровой геометриях, в метеорологии и финансовой математике. Как-то Погорелов сказал об уравнении Монжа–Ампера: «Это — великое уравнение, которым я имел честь заниматься».

Одна из самых концептуальных работ Алексея Васильевича относится к циклу работ по гладким поверхностям *ограниченной внешней кривизны*. А.Д. Александров создал теорию общих метрических пространств, естественно обобщающих римановы многообразия. В частности, он ввел класс двумерных многообразий ограниченной кривизны. Они исчерпывают собой класс всех метризованных двумерных многообразий, которые в окрестности каждой точки допускают равномерное приближение римановыми метриками, у которых абсолютные интегральные кривизны (интеграл от модуля гауссовой кривизны) ограничены в совокупности.

Естественно, возник вопрос о классе поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве, несущих такую метрику с сохранением связей метрики и внешней геометрии поверхности. Частично отвечая на этот вопрос, А.В. Погорелов ввел класс C^1-гладких поверхностей с требованием ограниченности площади сферического изображения с учетом кратности покрытия в некоторой окрестности каждой точки поверхности. Такие поверхности называются поверхностями ограниченной кривизны.

Для таких поверхностей есть также очень тесная связь между внутренней геометрией поверхности и ее внешней формой: полная поверхность с ограниченной внешней кривизной и неотрицательной внутренней кривизной (не равной нулю) есть либо замкнутая выпуклая поверхность, либо бесконечная выпуклая поверхность; полная поверхность с нулевой внутренней кривизной и ограниченной внешней кривизной является цилиндром.

Первая работа А.В. Погорелова по поверхностям ограниченной внешней кривизны была опубликована в 1953 году. Но в 1954 г. Дж. Нэшем была опубликована работа о C^1-изометричных погружениях, которая была улучшена Н. Кейпером в 1955 г. Из этих работ следовало, что риманова метрика, заданная на двумерном многообразии, при весьма общих предположениях, допускает реализацию на гладкой класса C^1 поверхности трехмерного евклидова пространства. Более того, эта реализация осуществляется так же свободно, как топологическое погружение в пространство многообразия, на котором задана метрика. Отсюда ясно, что для поверхностей класса C^1, даже с хорошей внутренней метрикой, сохранить связи между внутренней и внешней кривизной невозможно. Даже если поверхность класса C^1 несет регулярную метрику положительной гауссовой кривизны, то отсюда не следует локальная выпуклость поверхности. Все это подчеркивает естественность класса поверхностей ограниченной внешней кривизны, введенного А.В. Погореловым [4, 5].

А.В. Погореловым была решена IV проблема Гильберта, поставленная им в 1900 году на II Международном конгрессе математиков в Париже. Он нашел все с точностью до изоморфизма реализации систем аксиом классических геометрий (Евклида, Лобачевского и эллиптической), если в них опустить аксиомы конгруэнтности, содержащие понятие угла, и пополнить эти системы аксиомой «неравенство треугольника».

Кроме того, А.В. Погорелов одним из первых предложил в 1970 году идею конструкции криотурбогенераторов со сверхпроводящей обмоткой возбуждения и принял активное участие в расчетах и технических разработках соответствующих промышленных образцов.

А.В. Погорелов был самородком, ограненным неустанным трудом.

Список литературы

[1] П.С. Александров, Н.И. Ахиезер, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, *Сергей Натанович Бернштейн* (некролог), УМН **24** (1969), № 3 (147), 211–218.

[2] Н.И. Ахиезер, *Работы академика С.Н. Бернштейна по конструктивной теории функций*, УМН **6** (1951), № 1 (41), 3–67.

[3] Н.И. Ахиезер, И.Г. Петровский, *Вклад С.Н. Бернштейна в теорию дифференциальных уравнений с частными производными,* УМН, **16** (1961), № 2 (98), 5–20.

[4] А.А. Борисенко, *А.В. Погорелов — выдающийся математик XX века,* Universitates (2003), № 4, 55–60.

[5] А.А. Борисенко, *А.В. Погорелов — математик удивительной силы,* Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom. **2** (2006), № 3, 231–268.

[6] О.А. Борисенко, *Д.М. Сінцов — видатний математик, просвітитель і організатор науки,* Вісник НАН України (2017), № 11, 86–91.

[7] Ю.В. Линник, *О работах С.Н. Бернштейна по теории вероятностей,* УМН **16** (1961), № 2 (98), 25–26.

[8] С.М. Лозинский, *К столетию со дня рождения С.Н. Бернштейна,* УМН **38** (1983), № 3 (231), 191–204.

А.А. Борисенко,

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина Национальной академии наук Украины, проспект Науки, 47, Харьков, 61103, Украина,
E-mail: aborisenk@gmail.com