

## Наум Ильич Ахиезер



1901–1980

Наум Ильич Ахиезер — выдающийся математик XX столетия, внёсший фундаментальный вклад в ряд областей анализа и математической физики. Основные математические достижения Наума Ильича относятся к теории аппроксимации, проблеме моментов и теории дифференциальных и интегральных операторов. В его работах классические идеи, восходящие к К.Г. Якоби (эллиптические функции, проблема обращения абелевых интегралов) и П.Л. Чебышёву, А.А. Маркову и С.Н. Бернштейну (экстремальные свойства полиномов, рациональных и целых функций, проблема моментов), гармонично, зачастую самым неожиданным образом, сочетались с методами геометрической теории функций комплексного переменного, функционального анализа и теории операторов.

Наум Ильич Ахиезер — один из создателей Харьковской математической школы. В трудных условиях 30-х и 40-х годов XX века ему удалось собрать в Харькове и поддержать немало талантливых активно работающих математиков. Своими “золотыми годами” Харьковская математическая школа безусловно обязана ему. Ему же Харьков обязан и созданием в 1963-м году 27-й физико-математической школы (ныне физико-математический лицей).

Наум Ильич родился 6 марта 1901 года в уездном центре Могилёвской губернии Черикове (сейчас это районный центр в Могилёвской области в Белоруссии) в семье земского врача. Младший брат Наума Ильича, Александр Ильич, впоследствии стал выдающимся физиком-теоретиком. В 1918 году Наум Ильич окончил классическую гимназию в Мстиславле, примерно в 60 км от Черикова. До 1915 года в самом Черикове классической гимназии

не было. После окончания гимназии он поступил на физико-математический факультет Петроградского университета, но из-за трудного и голодного времени вскоре вернулся в Чериков и стал преподавать математику и физику в экспериментальной Леменской школе-коммуне. Впоследствии Наум Ильич с удовольствием вспоминал эти годы.

В 1922 году Наум Ильич поступил в Киевский институт народного образования. В это время в Украине университеты были закрыты, в некоторой степени их заменяли институты народного образования. Он прошёл трёхгодичную программу за полтора года и в декабре 1923 года окончил институт. Во время учёбы в университете он увлёкся теорией эллиптических функций и проблемой обращения абелевых интегралов. Для этого он глубоко штудировал классические работы Якоби (тут ему пригодилась латынь, которую он изучал в гимназии) и Е.И. Золотарёва. В это же время он познакомился с М.Г. Крейном (посещавшим лекции с 14-летнего возраста в качестве вольного слушателя) и Н.Г. Чеботарёвым, который в это время уже был известным математиком. С ними обоими Наума Ильича связала общность научных интересов и многолетняя дружба.

Начиная с 1922 года, Наум Ильич преподавал математику в киевских школах. В 1925 году он поступил в аспирантуру к Д.А. Граве, выдающемуся алгебраисту, вышедшему из школы Чебышёва. Среди учеников Граве были Б.Н. Делоне, А.М. Островский, Н.Г. Чеботарёв, О.Ю. Шмидт. Но в это время все они покинули Киев, замечательный алгебраический семинар Граве распался, а сам его руководитель переключился на прикладную математику. Н.И. Ахиезер занялся аэродинамикой как областью приложения методов теории функций комплексного переменного. В 1928 году Наум Ильич защитил диссертацию “Аеродинамічні досліді”. Хотя впоследствии основная тематика работ Наума Ильича сместилась в сторону “чистой математики”, интерес к аэро- и гидродинамике он сохранил на многие годы.

В 1928–1933 годах был опубликован большой цикл работ Наума Ильича, посвящённый экстремальным свойствам полиномов и задачам теории аппроксимации. Основные работы этого цикла включены в 1-й том избранных работ Н.И. Ахиезера [1]. В этом цикле он нашёл неожиданные применения геометрической теории функций комплексного переменного к трудным чисто вещественным задачам, не поддававшимся усилиям других математиков. Одной из таких задач являлся вопрос о полиномах, наименее уклоняющихся от нуля на нескольких интервалах. В случае одного интервала, не уменьшая общности, можно полагать, что это интервал  $[-1, 1]$ . В этом случае классическая теорема Чебышёва говорит, что среди всех полиномов степени  $n$  со старшим коэффициентом равным 1 наименьшую равномерную норму на отрезке  $[-1, 1]$  имеет многочлен Чебышёва:  $T_n(x) = 2^{n-1} \cos(n \arccos x)$ .

Наум Ильич нашёл аналог теоремы Чебышёва для случая нескольких интервалов. В случае двух интервалов экстремальные многочлены выражаются в терминах автоморфных функций Шоттки. В некоторых специальных случаях, например, когда оба интервала имеют одинаковую длину, экстремальные многочлены выражаются в эллиптических функциях. В случае  $k$

интервалов решение сводится к построению функции Грина для плоскости с  $2k - 1$  вещественными разрезами вдоль  $k$  данных интервалов и  $k - 1$ -го дополнительного разреза в лакунах между данными. Определение этих дополнительных разрезов являлось наиболее трудной частью решения. Этот цикл работ принёс Н.И. Ахиезеру заслуженную известность. В дальнейшем Наум Ильич неоднократно возвращался к этому кругу вопросов. В конце 50-х годов совместно с Б.Я. Левиным (статья 9 во втором томе избранных трудов [1]) он ввёл класс конформных отображений верхней полуплоскости на область типа “гребёнки”. Основание гребёнки — вся вещественная ось, либо полуограниченный или ограниченный интервал — образ множества  $E$ , на котором необходимо рассматривать экстремальную задачу, а зубцы, торчащие вверх, — образы дополнительных интервалов (“лакун”). Оказалось, что решения многих экстремальных задач для полиномов и целых функций просто выражаются через такие конформные отображения. Впоследствии, в середине 70-х годов, гребёнка нашла применение в обратных задачах спектрального анализа для описания спектра оператора Хилла (В.А. Марченко–И.В. Островский [12, 13, гл. 3, п. 4]). Здесь роль множества  $E$  играет спектр оператора, а зубья гребёнки являются образами лакун в спектре.

В 60-х годах Наум Ильич снова обратился к этому кругу вопросов, на этот раз в связи со спектральной теорией одномерных дифференциальных и разностных операторов второго порядка для важных классов спектральных мер, имеющих лакуны. Сегодня такие операторы называются конечнозонными. Наум Ильич указал путь эффективного решения обратных спектральных задач для таких операторов путём сведения их к якобиевой проблеме обращения гиперэллиптических интегралов. Он нашёл явные выражения для соответствующих потенциалов. Эти работы были продолжены Ю.Я. Томчуком и А.М. Рыбалко, учениками Наума Ильича. Основные работы этого цикла включены во второй том избранных трудов [1]. Позднее этот метод получил замечательные применения к построению явных решений ряда нелинейных уравнений математической физики. Класс функций, обобщающий использовавшиеся Н.И. Ахиезером, с середины 70-х годов носит название функций Бейкера–Ахиезера. Уже не одно десятилетие этот класс функций исследуется и широко используется математиками и алгебраическими геометрами.

В 1933 году Н.И. Ахиезер по приглашению С.Н. Бернштейна переезжает в Харьков. Он возглавляет кафедру теории функций Харьковского университета и параллельно читает курсы аэродинамики и гидродинамики в Харьковском авиационном институте. Вскоре после переезда Наума Ильича в Харьков С.Н. Бернштейн переезжает в Ленинград, и в 1935 году Н.И. Ахиезер становится директором Института математики и механики, созданного С.Н. Бернштейном. Институт располагался на улице Чайковского на территории Украинского физико-технического института (УФТИ). Благодаря энергии и организаторскому таланту Наума Ильича институт становится одним из ведущих научных центров Советского Союза [14]. Стоит отметить, что Наум Ильич привлёк к сотрудничеству в институте М.Г. Крейна и Н.Г. Чеботарёва.

В это же время начинается тесное сотрудничество Н.И. Ахиезера с М.Г. Крейном. В 1934–1940 годах они опубликовали большой цикл совместных работ, посвящённых теории аппроксимации и проблеме моментов Маркова. Часть этих исследований была подытожена в [2].

В 1947 году после вынужденного перерыва, вызванного Второй мировой войной, Наум Ильич возвращается в Харьков. Он снова возглавляет кафедру в университете, сперва теории функций, а затем математической физики, параллельно заведует (до 1955 года) вновь созданной в Харьковском политехническом институте кафедрой математической физики и — до закрытия в 1950 году — снова возглавляет Харьковский институт математики. В послевоенные годы Науму Ильичу удаётся собрать в Харькове выдающихся математиков (И.М. Глазмана, Б.Я. Левина, В.А. Марченко, А.Я. Повзнера, А.В. Погорелова), которые вместе со своими учениками на десятилетия определили основные направления математической жизни Харькова. В начале 60-х годов Н.И. Ахиезер принимает участие в организации математических отделов Физико-технического института низких температур АН УССР. В 1961–1963 годах он руководит по совместительству в этом институте отделом теории функций, а в 1963–1970 годах работает старшим научным сотрудником в отделе математической физики и в отделе функционального анализа и вычислительной математики.

Наум Ильич был замечательным педагогом. Курсы, прочитанные им, послужили основой для написанных им книг. Многие из этих книг — “Лекции по теории аппроксимации”, “Классическая проблема моментов”, “Теория операторов в гильбертовом пространстве” (написанная совместно с И.М. Глазманом), “Эллиптические функции” — по сей день не потеряли своей актуальности и являются настольными книгами многих поколений аналитиков. Основная часть каждой из этих книг — мастерски и ясно написанный учебник, доступный студенту-старшекурснику. В то же время каждая из этих книг содержит ряд дополнений, в которых собраны глубокие и изящные результаты более специального характера, зачастую принадлежащие самому автору. Так, например, в приложении к последнему прижизненному изданию 2-го тома “Теории операторов в гильбертовом пространстве” дано развёрнутое изложение вышеупомянутого метода сведения обратных задач спектрального анализа конечнозонных операторов Штурма–Лиувилля к проблеме обращения гиперэллиптических интегралов. Это приложение включено во второй том избранных работ [1].

Н.И. Ахиезер был глубоким знатоком трудов классиков математики и много сделал для распространения их идей. Он редактировал и комментировал собрания трудов П.Л. Чебышёва, А.А. Маркова, А.М. Ляпунова, Н.Я. Соинина, С.Н. Бернштейна. Его перу принадлежат и несколько увлекательнейших работ по истории математики. Среди этих работ — работы [3–7].

Н.И. Ахиезер скончался 3 июня 1980 года в Харькове. До конца своей жизни Наум Ильич продолжал преподавать на механико-математическом факультете Харьковского университета. Последней лекцией Наума Ильича, по-видимому, был его доклад, посвященный 175-летию Харьковского универ-

ситета, прочитаний на засіданні Харківського математичного товариства за декілька місяців до смерті. Текст цього доповіді опублікований в 1-м номері нинішнього тома.

К століттю Наума Ільича зусиллями його синів А.Н. Ахїєзера і Д.Н. Ахїєзера і Харківського математичного товариства був підготовлений і виданий двотомний його вибраних робіт.

## Література

- [1] Н.И. Ахїєзер, *Избранные труды по теории функций и математической физике*, В 2-х томах, Акта, Харьков, 2001.
- [2] Н. Ахїєзер, М. Крейн, *L-проблема моментов*, В кн.: О некоторых вопросах теории моментов, ГОНТИ Украины, Харьков, 1938, 4–120.
- [3] Н.И. Ахїєзер, *Общая теория многочленов Чебышёва*, В кн.: Научное наследие П.Л. Чебышёва, вып. 1, Изд-во АН СССР, Москва–Ленинград, 1945, 5–42.
- [4] Н.И. Ахїєзер, *Работы Н.Я. Сони́на по приближенному вычислению определенных интегралов*, В кн.: Н.Я. Сонин, Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах, ГИТТЛ, Москва–Ленинград, 1954, 219–243.
- [5] Н.И. Ахїєзер, *К теории нормальных рядов С.Н. Бернштейна*, В кн.: С.Н. Берштейн, Аналитическая природа решений дифференциальных уравнений эллиптического типа, Из-во ХГУ, Харьков, 1956, 83–94.
- [6] Н.И. Ахїєзер, *К спектральной теории уравнения Ла́ме*, Историко-математические исследования, **23** (1978), 77–86.
- [7] Н.И. Ахїєзер, *Чебышёвское направление в теории функций*, В кн.: Математика XIX века, Наука, Москва, 1987, 9-79.
- [8] В.К. Балтага, Г.И. Дринфельд, Б.Я. Левин, *Нау́м Ильич Ахїєзер (к 50-летию со дня рождения)*, УМН, **6:2** (1951), 191–194.
- [9] М.Г. Крейн, Б.Я. Левин, *Нау́м Ильич Ахїєзер (к 60-летию со дня рождения)*, УМН, **16:4** (1961), 223–234.
- [10] Ю.И. Любич, *Нау́м Ильич Ахїєзер*, Теория функций, функциональный анализ и их приложения, **56** (1991), 3–14.
- [11] Ю.И. Любич, *Предисловие к [1]*.
- [12] В.А. Марченко, И.В. Островский, *Характеристика спектра оператора Хилла*, Мат. сб. **97** (1975), 540–606.
- [13] В.А. Марченко, *Операторы Штурма–Лиувилля и их приложения*, Наукова думка, Киев, 1977.
- [14] Н.Г. Чеботарёв, *Основные направления в работе Института математики и механики Харьковского государственного университета*, УМН, 1937, вып. 3, 252–253.

М. Sodin\*,

*School of Mathematical Sciences, Tel Aviv University, Tel-Aviv, Israel,*

E-mail: [sodin@tauex.tau.ac.il](mailto:sodin@tauex.tau.ac.il)

\*При подготовке этого очерка я использовал юбилейные статьи в УМН, посвящённые 50-летию и 60-летию Н.И. Ахїєзера, написанные В.К. Балтагой, Г.И. Дринфельдом и Б.Я. Левиным [8], М.Г. Крейном и Б.Я. Левиным [9], и две статьи Ю.И. Любича [10, 11].